大 阪 大 谷 大 学

令和5年度　入学試験問題（一般　中期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で 6 ページです。解答用紙は 1 枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(6)の問いに答えよ。

(1) $x+\dfrac{1}{x}=2\sqrt{5}$ のとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\boxed{1}\boxed{2}$ である。

さらに，$x<1$ ならば，$x-\dfrac{1}{x}=\boxed{3}\boxed{4}$ である。

(2) m を定数とする。放物線 $y=x^2-4mx+8m+6$ の頂点の y 座標を Y とすれば，

$$Y=\boxed{5}\boxed{6}m^2+8m+6$$

である。

m の値が変化するとき，Y の最大値は $\boxed{7}\boxed{8}$ である。

(3) 3 辺の長さが 7，8，13 である三角形の最大の角の大きさを A とすれば，

$\cos A=\dfrac{\boxed{9}\boxed{10}}{\boxed{11}}$ であり，この三角形の面積は $\boxed{12}\boxed{13}\sqrt{\boxed{14}}$ である。

(4) 1 個のさいころを投げて 3 の倍数の目が出れば 3 点，それ以外の目が出れば 1 点を獲得するゲームを行う。

このゲームを 4 回行うとき，合計 12 点を獲得する確率は $\dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}\boxed{17}}$ であり，合計 8 点を獲得する確率は $\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}$ である。

(5) 長さ 10 の線分 AB を直径とする円周上に AC=BC となる点 C をとり，点 C を含まない弧 AB 上に AD＋DB=12 となる点 D をとる。さらに，点 C から直線 AD，直線 BD にそれぞれ垂線 CE，CF をひく。

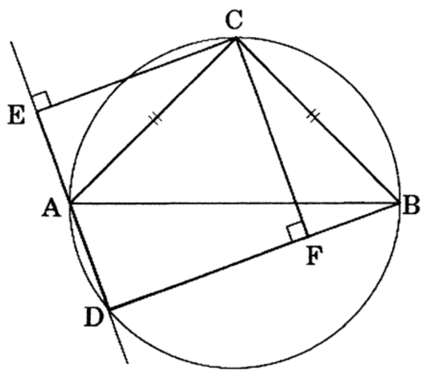
このとき，△CEA と△CFB の関係に注目して

ED＋DF=$\boxed{21}\boxed{22}$

四角形 CADB の面積は $\boxed{23}\boxed{24}$

△CEA の面積は $\boxed{25}\sqrt{\boxed{26}\boxed{27}}$

である。



(6)　n が自然数のとき，$a = n^2 - 2n - 8$ を考える。

a を因数分解すれば　$a = \left(n - \boxed{28}\right)\left(n + \boxed{29}\right)$ であるから，a を素数とすれば

$n = \boxed{30}$ であり，$a = \boxed{31}$ である。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(5)の問いに答えよ。

(1)　a, b が定数のとき，x^3-11x^2+ax+b が x^2-6x-2 で割りきれるならば，

a= $\boxed{32}\boxed{33}$，b= $\boxed{34}\boxed{35}$

である。

(2)　x の 4 次方程式　$x^4+kx^2+36=0$　の解の 1 つが $2i$ (i は虚数単位）であるとき，定数 k の値は k= $\boxed{36}\boxed{37}$ である。

また，この 4 次方程式の $2i$ 以外の 3 つの解の和は $\boxed{38}\boxed{39}$ i である。

(3)　点 (3，0) を中心として，直線 $2x-y-1=0$ に接する円の半径は $\sqrt{\boxed{40}}$ であり，この円の方程式は，

$x^2+y^2-\boxed{41}x+\boxed{42}=0$

である。

(4)　x の方程式 $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1$ の左辺を $a\sin(x+\theta)$　(a>0, $0<\theta<2\pi$) の形に変形すると，

a= $\boxed{43}$，$\theta=\boxed{44}$

であるから，$0\leqq x<2\pi$ のとき，この方程式の解は，

x= $\boxed{45}$，$\boxed{46}$

である。ただし，$\boxed{44}$，$\boxed{45}$，$\boxed{46}$ は，次の⓪〜⑨のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。(ただし，$\boxed{45}$，$\boxed{46}$ は解答の順序は問わない。)

⓪ $\dfrac{\pi}{6}$　① $\dfrac{\pi}{3}$　② $\dfrac{\pi}{2}$　③ $\dfrac{2}{3}\pi$　④ $\dfrac{5}{6}\pi$　⑤ $\dfrac{7}{6}\pi$

⑥ $\dfrac{4}{3}\pi$　⑦ $\dfrac{3}{2}\pi$　⑧ $\dfrac{5}{3}\pi$　⑨ $\dfrac{11}{6}\pi$

(5)　次の５個の数⓪～④を考える。

⓪ $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$　① $\left(\sqrt{2}\right)^{5}$　② 4^{0}　③ $\sqrt[5]{32}$　④ $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$

これら５個の数のうち，整数は全部で $\boxed{47}$ 個ある。

また，５個の数のうち，最小の数は $\boxed{48}$，最大の数は $\boxed{49}$ である。

ただし，$\boxed{48}$ と $\boxed{49}$ は，上の⓪～④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

$\boxed{3}$ 2つの関数 $f(x)=x^3-6x^2+16$，$g(x)=x^3-6x^2+6x+4$ がある。

(1) $f'(x)=\boxed{50}x^2-\boxed{51}\boxed{52}x$ であるから

$f(x)$ は $x=\boxed{53}$ で極大であり，$x=\boxed{54}$ で極小である。

(2) $g(x)$ が $x=\alpha$ で極大であり，$x=\beta$ で極小であれば

$$\alpha+\beta=\boxed{55}，\alpha\beta=\boxed{56}$$

である。

(3) (2) のとき，2つの曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ と直線 $x=\alpha$，直線 $x=\beta$ で囲まれる2つの部分の面積の和を S として，S を定積分で表すと

$$S=\int_{\alpha}^{\boxed{57}}\left\{\boxed{58}\boxed{59}\left(x-\boxed{60}\right)\right\}dx+\int_{\boxed{57}}^{\beta}\boxed{61}\left(x-\boxed{60}\right)dx$$

であり，この定積分を計算して S を α，β で表せば

$$S=3\left(\alpha^2+\beta^2\right)-12\left(\alpha+\beta\right)+\boxed{62}\boxed{63}$$

である。

したがって，$S=\boxed{64}\boxed{65}$

である。

$\boxed{4}$ 数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和をS_nとするとき，

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立っている。

(1) $a_1 = \boxed{66}$ であり，数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n = n\left(n + \boxed{67}\right)$$

である。

(2) 数列$\{a_n\}$の項のうち 5 の倍数である項を小さい数から順に並べた数列を$\{b_n\}$とすれば

$$b_1 = a_{\boxed{68}} = \boxed{69}\boxed{70},\quad b_2 = a_{\boxed{71}} = \boxed{72}\boxed{73}$$

また，$b_3 = a_{\boxed{74}}$，$b_4 = a_{\boxed{75}\boxed{76}}$ である。

さらに，$k=1$，2，3，……に対して，

$$b_{2k-1} = a_{\boxed{77}k - \boxed{78}},\quad b_{2k} = a_{\boxed{77}k}$$

であるから，

$$b_{2k-1} + b_{2k} = \boxed{79}\boxed{80}k^2$$

であり，$n=1$，2，3，…に対して

$$\sum_{k=1}^{2n} b_k = \frac{\boxed{81}\boxed{82}}{3} n\left(n + \boxed{83}\right)\left(\boxed{84}n + \boxed{85}\right)$$

である。

解答上の注意

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−），数字（0〜9）が入ります。$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

   例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に 720 と答えたいとき

1	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

   なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\mathit{1}}$，$\boxed{\mathit{2}}\boxed{\mathit{3}}$ のように細字で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

   $\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

   また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，

   $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2：1 を 4：2 のように答えてはいけません。