大 阪 大 谷 大 学

令和３年度　入学試験問題（一般　前期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で５ページです。解答用紙は１枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(7)の問いに答えよ。

(1)　$x=\sqrt{3}-1$ のとき

$$\frac{2}{x}=\sqrt{\boxed{\ 1\ }}+\boxed{\ 2\ }$$

$$x^2+2x-2=\boxed{\ 3\ }$$

であり

$$x^3+2x^2=\boxed{\ 4\ }\sqrt{\boxed{\ 5\ }}-\boxed{\ 6\ }$$

である。

(2)　a を実数の定数とする。２次関数　$y=3x^2+6x+a$　のグラフの頂点の座標は

$\left(\boxed{\ 7\ }\boxed{\ 8\ },\ a-\boxed{\ 9\ }\right)$ である。

また，この２次関数が $-2\leqq x\leqq 1$ において最大値５をとるとき

$$a=\boxed{\ 10\ }\boxed{\ 11\ }$$

である。

(3)　$U=\left\{x\,|\,1\leqq x\leqq 10, x\text{は整数}\right\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\left\{2\ ,3\ ,5a-1\right\}$，

$B=\left\{1\ ,a^2-1\ ,5\ ,9\right\}$ の共通部分 $A\cap B$ が $\left\{3\ ,9\right\}$ であるとき

$$a=\boxed{\ 12\ }$$

であり，集合 $A\cup\overline{B}$ の要素の個数は $\boxed{\ 13\ }$ 個である。

(4)　$0°\leqq\theta\leqq 180°$　とする。$\cos\theta=\dfrac{5}{13}$　のとき

$$\tan\theta=\frac{\boxed{\ 14\ }\boxed{\ 15\ }}{\boxed{\ 16\ }}$$

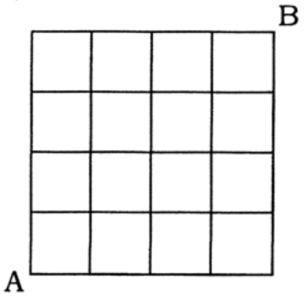
である。このとき

$$\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\boxed{\ 17\ }}{\boxed{\ 18\ }\boxed{\ 19\ }}$$

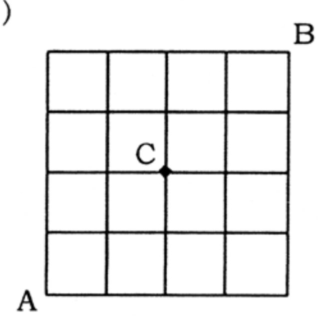
である。

(5) 下の図のような道に沿って A 地点から B 地点まで進む最短経路の道順を考える。このとき，図(i)の場合は全部で $\boxed{20}\boxed{21}$ 通り，図(ii)の C 地点を通らない場合は全部で $\boxed{22}\boxed{23}$ 通りある。

(i)



(ii)

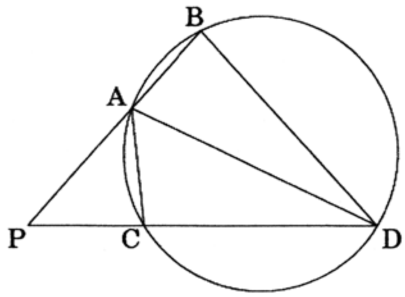


(6) $x+y=10$ を満たす自然数 x, y の組は全部で $\boxed{24}$ 通り，$x+y+z=10$ を満たす自然数 x, y, z の組は全部で $\boxed{25}\boxed{26}$ 通りある。

(7) 右の図において，PA = 4，PC = 3，CD = 5，AB = a（aは定数）である。このとき，△PAC と相似な三角形は $\boxed{27}$ であり

$a = \boxed{28}$

である。ただし，$\boxed{27}$ は，次の⓪〜③のうちから当てはまるものを一つ選べ。



⓪ △PAD

① △PDB

② △ADB

③ △DCA

$\boxed{2}$ 次の(1)～(4)の問いに答えよ。

(1) $(x-2y)^3$ の展開式における xy^2 の項の係数は $\boxed{29}\boxed{30}$，$(x-2y)^4$ の展開式における xy^3 の項の係数は $\boxed{31}\boxed{32}\boxed{33}$ である。

また，$(1-2i)^4$ の展開式における実部は $\boxed{34}\boxed{35}$ である。

(2)
$$\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=\boxed{36}\sin\left(\theta-\frac{\boxed{37}}{\boxed{38}}\pi\right)$$
である。ただし，$\boxed{36}>0$，$0<\dfrac{\boxed{37}}{\boxed{38}}\pi<\pi$ とする。

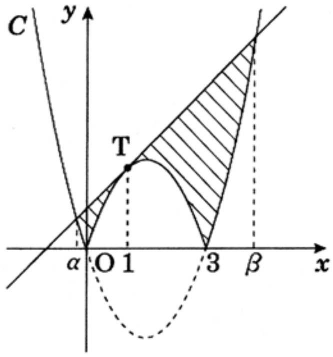
また，$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，方程式 $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=1$ を解くと
$$\theta=\frac{\boxed{39}}{\boxed{40}}\pi,\quad\frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}\pi$$
となる。ただし，$\dfrac{\boxed{39}}{\boxed{40}}<\dfrac{\boxed{41}}{\boxed{42}}$ とする。

(3) 中心の座標が $(1,-2)$ で，直線 ℓ : $3x-y+5=0$ に接する円 C の半径は $\sqrt{\boxed{43}\boxed{44}}$ である。直線 ℓ に関して円 C と対称な円 C' の方程式は
$$\left(x+\boxed{45}\right)^2+y^2=\boxed{46}\boxed{47}$$
である。

(4) 2^{100} の桁数は $\boxed{48}\boxed{49}$ である。

また，2^n が 10 桁の数となる正の整数 n の個数は全部で $\boxed{50}$ 個ある。ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする。

3　曲線 $C: y=|x^2-3x|$ について考える。



右図のように，曲線 C 上に x 座標が1である点T をとる。また，点Tにおける曲線 C の接線と曲線 C の接点T以外の交点の x 座標を α，β $(\alpha<\beta)$ とし，接線と曲線 C で囲まれた斜線部分の面積を S とする。

(1)　曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{51}}{\boxed{52}}$ である。

(2)　曲線 C 上の点Tにおける接線の方程式は

$$y=x+\boxed{53}$$

である。

また

$$\alpha+\beta=\boxed{54},\quad \alpha\beta=\boxed{55}\boxed{56}$$

であり

$$\beta-\alpha=\boxed{57}\sqrt{\boxed{58}}$$

である。

(3)
$$S=\int_{\alpha}^{\beta}\left\{\left(x+\boxed{53}\right)-\left(x^2-3x\right)\right\}dx-\frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}\times\boxed{59}$$

であるから，(2)の結果を用いて計算すると

$$S=\frac{\boxed{60}\boxed{61}\sqrt{\boxed{62}}}{\boxed{63}}-\boxed{64}$$

である。

$\boxed{4}$ ２つの等差数列$\{a_n\}$：9，14，19，…… と $\{b_n\}$：11，19，27，…… がある。２つの数列$\{a_n\}$と$\{b_n\}$に共通に含まれる項を小さい方から順に並べた数列を$\{c_n\}$とする。

(1) $a_n = \boxed{65}\,n + \boxed{66}$，$b_n = \boxed{67}\,n + \boxed{68}$

であり

$c_1 = \boxed{69}\boxed{70}$

である。

(2) 数列$\{a_n\}$の第ℓ項と，数列$\{b_n\}$の第m項が等しいとすると

$\boxed{71}\,\ell - \boxed{72}\,m = \boxed{73}\boxed{74}$

であり，c_1について

$\ell = \boxed{75}$，$m = \boxed{76}$

であるから

$\boxed{71}\left(\ell - \boxed{75}\right) = \boxed{72}\left(m - \boxed{76}\right)$

ここで，$\boxed{71}$と$\boxed{72}$は互いに素であるから

$\ell - \boxed{75} = \boxed{72}\left(k-1\right)$ $(k=1,2,3,\cdots\cdots)$

よって

$\ell = \boxed{72}\,k - \boxed{77}$

であり，数列$\{c_n\}$の第k項について

$c_k = a_\ell = \boxed{78}\boxed{79}\,k - \boxed{80}\boxed{81}$

である。

(3) 数列$\{c_n\}$の初項から第10項までの和は $\boxed{82}\boxed{83}\boxed{84}\boxed{85}$ であり，

初項から第n項までの和が5000を超える最小のnの値は $\boxed{86}\boxed{87}$ である。

解答上の注意

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0～9）が入ります。$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に 720 と答えたいとき

1	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\mathit{1}}$，$\boxed{\mathit{2}}\boxed{\mathit{3}}$ のように細字で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，

$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2：1 を 4：2 のように答えてはいけません。