大 阪 大 谷 大 学

令和２年度　入学試験問題（一般　中期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で６ページです。解答用紙は１枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

1 次の(1)〜(7)の問いに答えよ。

(1) $x>y$ とする。$x+y=6$，$xy=2$ のとき

$$x^2+y^2=\boxed{1}\boxed{2}$$

であり

$$x-y=\boxed{3}\sqrt{\boxed{4}},\quad x=\boxed{5}+\sqrt{\boxed{6}}$$

である。

(2) a は正の定数である。2 次関数 $y=x^2-4x+5\ (0\leqq x\leqq a)$ について，最小値が 2 のとき

$$a=\boxed{7}$$

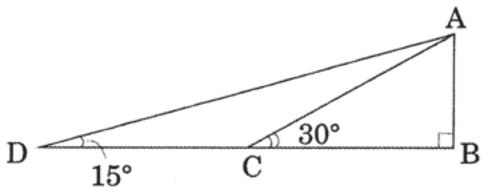
であり，このときの最大値は $\boxed{8}$ である。

また，最小値が 1，最大値が 5 のとき，a のとりうる値の範囲は

$$\boxed{9}\leqq a\leqq\boxed{10}$$

である。

(3) 右の図のような∠D=15°，∠B=90°の直角三角形 ADB があり，辺 BD 上に点 C を∠ACB=30°を満たすようにとる。AB=1 のとき



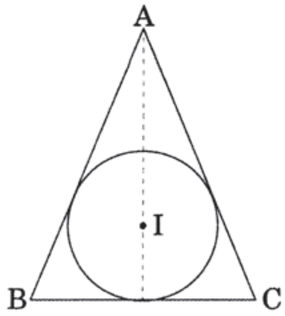
$$\mathrm{BC}=\sqrt{\boxed{11}},\quad \mathrm{DC}=\boxed{12}$$

であり

$$\tan 15^\circ=\boxed{13}-\sqrt{\boxed{14}}$$

である。

(4) AB=AC=9，BC=6 である二等辺三角形 ABC において，面積は $\boxed{15}\boxed{16}\sqrt{\boxed{17}}$，内接円の半径は $\dfrac{\boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である。また，△ABC の内心を I，重心を G とするとき，線分 IG の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}}$ である。



(5) a，b を実数とする。3 つの集合 $A=\{1,5,a^2+ab-6\}$，$B=\{3,5a-4\}$，$C=\{1,4,a^2+ab-a-3\}$ がある。

(i) $1\in B$ かつ $B\subset A$ であるとき

$a=\boxed{23}$，$b=\boxed{24}$

である。

(ii) $A=C$ であるとき

$a=\boxed{25}$，$b=\boxed{26}$

である。

(6) 1 から 10 までの数が 1 つずつ書いてある 10 枚のカードから 4 枚を選ぶ。このとき，3 の倍数が書かれたカードが 2 枚だけ含まれる選び方は全部で $\boxed{27}\boxed{28}$ 通りある。また，最大の数と最小の数の差が 7 となる選び方は全部で $\boxed{29}\boxed{30}$ 通りある。

(7) 2 つの自然数 x，y が等式 $xy-2x+y=8$ ……① を満たしている。このとき，①は

$(x+\boxed{31})(y-\boxed{32})=\boxed{33}$

と変形でき，①を満たす自然数 x，y の組（x，y）は全部で $\boxed{34}$ 組ある。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) xy 座標平面上に，3 点 $\mathrm{A}(-2,1)$，$\mathrm{B}(4,3)$，$\mathrm{C}(6,-3)$ を頂点にもつ△ABC がある。

辺 BC の長さは $\boxed{35}\sqrt{\boxed{36}\boxed{37}}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{38}\boxed{39}$ である。

(2) i を虚数単位とする。

$$i+i^2+i^3+i^4=\boxed{40}$$

であり

$$i+i^2+i^3+i^4+\cdots\cdots+i^{2019}=\boxed{41}\boxed{42}$$

である。

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。関数 $y=2\sin\theta\cos\theta+\sin\theta+\cos\theta-1$ について，$\sin\theta+\cos\theta=t$ として y を t を用いて表すと

$$y=\left(t+\frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}\right)^2-\frac{\boxed{45}}{\boxed{46}}$$

となる。このとき，t のとりうる値の範囲は

$$-\sqrt{\boxed{47}} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{48}}$$

であるから，y の最大値は $\sqrt{\boxed{49}}$ である。

(4) $f(x)=\log_3(x-2)+\log_3(x-3)-\log_3(x+1)$ とする。

$f(x)<0$ とすると

$$x^2-\boxed{50}x+\boxed{51}<0$$

となるから，不等式 $f(x)<0$ の解は

$$\boxed{52}<x<\boxed{53}$$

である。

$\boxed{3}$ a は実数の定数である。3 次方程式 $x^3-(a+2)x^2+(2a+1)x-2=0$ ……① が異なる 3 つの実数解をもつときの定数 a の値の範囲を，次の(i)，(ii)の 2 つの解法で考える。

(i) ①の左辺は

$$\left(x-\boxed{54}\right)\left(x^2-ax+\boxed{55}\right)$$

と因数分解できるので，①は

$x=\boxed{54}$ 　または　 $x^2-ax+\boxed{55}=0$

と考えることができる。

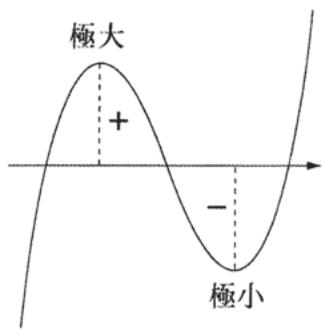
また，①が異なる 3 つの実数解をもつのは，$x^2-ax+\boxed{55}=0$ が $\boxed{54}$ 以外の異なる 2 つの実数解をもつ場合である。

よって，求める a の値の範囲は

$$a<\boxed{56}\boxed{57},\ \boxed{58}<a<\frac{\boxed{59}}{\boxed{60}},\ \frac{\boxed{61}}{\boxed{62}}<a$$

である。

(ii) $f(x)=x^3-(a+2)x^2+(2a+1)x-2$ とおく。①が異なる 3 つの実数解をもつのは，3 次関数 $f(x)$ が極値をもち，かつ極大値と極小値が異符号となるときである。すなわち $(\text{極大値})\times(\text{極小値})<0$ となるときである。



ここで，$f(x)$ の導関数は

$$f'(x)=\boxed{63}x^2-\left(\boxed{64}a+\boxed{65}\right)x+\boxed{66}a+\boxed{67}$$
$$=\left(x-\boxed{68}\right)\left\{\boxed{69}x-\left(\boxed{70}a+\boxed{71}\right)\right\}$$

であるから，$f'(x)=0$ とすると

$$x=\boxed{68},\ \frac{\boxed{70}a+\boxed{71}}{\boxed{69}}$$

である。

よって，求める a の値の範囲は

$$\boxed{68} \neq \frac{\boxed{70}\,a+\boxed{71}}{\boxed{69}} \quad \cdots\cdots②$$

$$\text{かつ}\quad f\left(\boxed{68}\right)\times f\left(\frac{\boxed{70}\,a+\boxed{71}}{\boxed{69}}\right)<0 \quad \cdots\cdots③$$

②より　$a \neq \boxed{72}$

③より　$\left(a+\boxed{73}\right)\left(a-\boxed{74}\right)\left(\boxed{75}\,a-\boxed{76}\right)^2>0 \quad \cdots\cdots④$

④より　$a \neq \dfrac{\boxed{76}}{\boxed{75}}$　かつ　$\left(a+\boxed{73}\right)\left(a-\boxed{74}\right)>0$

したがって，求める a の値の範囲は

$$a<\boxed{56}\boxed{57},\ \boxed{58}<a<\frac{\boxed{59}}{\boxed{60}},\ \frac{\boxed{61}}{\boxed{62}}<a$$

である。

$\boxed{4}$ 第 6 項が 10，第 10 項が 22 である等差数列$\{a_n\}$と，初項が 1，第 5 項が$\dfrac{1}{16}$，公比が正である等比数列$\{b_n\}$を考える。

(1) 等差数列$\{a_n\}$の初項は$\boxed{77}\boxed{78}$，公差は$\boxed{79}$であるから，一般項a_nは

$$a_n = \boxed{80}\,n - \boxed{81}$$

である。

(2) 等比数列$\{b_n\}$の公比は$\dfrac{\boxed{82}}{\boxed{83}}$であり

$$b_5 - b_6 = \frac{1}{\boxed{84}\boxed{85}}, \quad b_n - b_{n+1} = \frac{1}{\boxed{86}^{\boxed{87}}}$$

である。ただし，$\boxed{87}$は，次の⓪～②のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ $n-1$　　① n　　② $n+1$

(3) $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{b_k} = \boxed{88}^{\,n} - \boxed{89}$$

であるから，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{b_k} > a_{85}$を満たす最小の自然数$n$は

$$n = \boxed{90}$$

である。

数学（一般　中期）

<u>解答上の注意</u>

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−），数字（0～9）が入ります。$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ に 720 と答えたいとき

1	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}\boxed{3}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\mathit{1}}$，$\boxed{\mathit{2}}\boxed{\mathit{3}}$ のように斜体で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

$\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，

$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2 : 1 を 4 : 2 のように答えてはいけません。