大 阪 大 谷 大 学

令和２年度 入学試験問題（一般 前期）

数 学

注意事項

1. 問題は全部で６ページです。解答用紙は１枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(7)の問いに答えよ。

(1) $x^2+10x+24$ を因数分解すると

$$\left(x+\boxed{\ 1\ }\right)\left(x+\boxed{\ 2\ }\right)$$

である。ただし，$\boxed{\ 1\ }<\boxed{\ 2\ }$ とする。

また，$(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24$ を因数分解すると

$$\left(x-\boxed{\ 3\ }\right)\left(x-\boxed{\ 4\ }\right)\left(x-\boxed{\ 5\ }\right)\left(x-\boxed{\ 6\ }\right)$$

である。ただし，$\boxed{\ 3\ }<\boxed{\ 4\ }<\boxed{\ 5\ }<\boxed{\ 6\ }$ とする。

(2) $-\dfrac{5}{2}<x<1$，$-2<y<4$ のとき，$2x-y$ のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\ 7\ }\boxed{\ 8\ }<2x-y<\boxed{\ 9\ }$$

であり，$|2x-y|$ の最小値は $\boxed{\ 10\ }$ である。

(3) p，q を定数とする。2 次関数 $y=(x-p)^2+q$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に -5 だけ平行移動したら，2 次関数 $y=x^2-4x+3$ のグラフになった。このとき

$p=\boxed{\ 11\ }$，$q=\boxed{\ 12\ }$

である。

(4) △ABC において，∠C = 45°，∠B = 75°，AB = 2 のとき

$\angle A=\boxed{\ 13\ }\boxed{\ 14\ }^\circ$，$BC=\sqrt{\boxed{\ 15\ }}$，$AC=\boxed{\ 16\ }+\sqrt{\boxed{\ 17\ }}$

である。

(5) 8 人を 2 つのグループ A，B に分けるとき，分け方は全部で $\boxed{18}\boxed{19}\boxed{20}$ 通りある。ただし，A，B どちらのグループにも，少なくとも 1 人はいるものとする。

また，8 人を 2 つのグループに分けるとき，分け方は全部で $\boxed{21}\boxed{22}\boxed{23}$ 通りある。ただし，どちらのグループにも少なくとも 1 人はいるものとする。

(6) 30 と 66 の最大公約数は $\boxed{24}$ で，最小公倍数は $\boxed{25}\boxed{26}\boxed{27}$ である。

また，最大公約数が $\boxed{24}$ である 2 つの正の整数 a，b（$a<b$）について，和が 84 であるような a，b の値の組（a，b）は全部で $\boxed{28}$ 組ある。

(7) k を正の定数とする。2 次方程式 $x^2+(k+3)x+4=0$ が重解をもつとき

$$k=\boxed{29}$$

で，重解は

$$x=\boxed{30}\boxed{31}$$

である。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) a を正の定数とする。$a+\dfrac{9}{a+1}$ は

$$a=\boxed{\ 32\ }\text{ で最小値 }\boxed{\ 33\ }$$

をとる。

(2) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ とする。$\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ のとき

$$\cos\alpha=\frac{\boxed{\ 34\ }\sqrt{\boxed{\ 35\ }}}{\boxed{\ 36\ }},\quad \cos\beta=\frac{\boxed{\ 37\ }\boxed{\ 38\ }}{\boxed{\ 39\ }}$$

であり

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{\boxed{\ 40\ }\boxed{\ 41\ }}-\boxed{\ 42\ }\sqrt{\boxed{\ 43\ }}}{\boxed{\ 44\ }\boxed{\ 45\ }}$$

である。

(3) 2 次方程式 $x^2+5x+8=0$ を解くと

$$x=\frac{\boxed{\ 46\ }\boxed{\ 47\ }\pm\sqrt{\boxed{\ 48\ }}\,i}{\boxed{\ 49\ }}$$

であり，この 2 つの解をそれぞれ α，β とする。このとき，$\alpha+1$，$\beta+1$ を解とする 2 次方程式の 1 つは

$$x^2+\boxed{\ 50\ }x+\boxed{\ 51\ }=0$$

である。ただし，i は虚数単位とする。

(4)　関数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(12-x)+\log_{\frac{1}{2}}(x+4)$ ……① の定義域は，真数が正より

$$\boxed{52}\boxed{53}<x<\boxed{54}\boxed{55}$$

である。このとき，①は

$$y=\log_{\frac{1}{2}}\left\{-\left(x-\boxed{56}\right)^2+\boxed{57}\boxed{58}\right\}$$

と変形できる。したがって，①の y は

$x=\boxed{56}$ のとき $\boxed{59}$

となり，このとき

$y=\boxed{60}\boxed{61}$

である。ただし，$\boxed{59}$ は，次の⓪，①のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪　最大　　　①　最小

$\boxed{3}$ 放物線 $y=x^2-3x+6$ ……① に点（2, 0）から引いた2本の接線と放物線①とで囲まれた図形の面積 S_1 を考える。次の問いに答えよ。

(1) $y=x^2-3x+6$ のとき

$$y'=\boxed{62}\,x-\boxed{63}$$

であるから，放物線①上の点Pの x 座標を t とすると，点Pにおける放物線①の接線の方程式は

$$y=\left(\boxed{64}\,t-\boxed{65}\right)x-t^2+\boxed{66}$$

と表せる。この接線が点（2, 0）を通るとき

$$t=\boxed{67},\ \boxed{68}$$

となる。ただし，$\boxed{67}<\boxed{68}$ とする。

(2) (1)より，放物線①に点（2, 0）から引いた2本の接線の方程式は

$$y=\boxed{69}\boxed{70}\,x+\boxed{71},\quad y=\boxed{72}\,x-\boxed{73}\boxed{74}$$

であるから

$$S_1=\frac{\boxed{75}\boxed{76}}{\boxed{77}}$$

となる。

(3) 放物線①に点（2, 0）から引いた2本の接線の接点を通る直線と，放物線①で囲まれた部分の面積 S_2 は

$$S_2=\frac{\boxed{78}\boxed{79}}{\boxed{80}}$$

となり

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\boxed{81}}{\boxed{82}}$$

となる。

$\boxed{4}$ AB$=3$，AC$=5$，BC$=7$である△ABCにおいて，△ABCの外心をOとし，辺AB，ACの中点をそれぞれM，Nとする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{b}$として，次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}$と$\vec{b}$の内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$の値は

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{\boxed{83}\boxed{84}\boxed{85}}{\boxed{86}}$$

である。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AO}}=s\vec{a}+t\vec{b}$とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\boxed{87}$$

より

$$\left(\frac{\boxed{88}}{\boxed{89}}-s\right)\left|\vec{a}\right|^2-t\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \quad \cdots\cdots①$$

同様に，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{ON}}$を考えると

$$\left(\frac{\boxed{88}}{\boxed{89}}-t\right)\left|\vec{b}\right|^2-s\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \quad \cdots\cdots②$$

①，②より，s，tの値は

$$s=\frac{\boxed{90}\boxed{91}}{\boxed{92}},\quad t=\frac{\boxed{93}\boxed{94}}{\boxed{95}\boxed{96}}$$

である。

(3) 辺BCと線分AOの交点をDとすると，(2)より

$$\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}=\frac{\boxed{97}\boxed{98}}{\boxed{99}\boxed{100}}$$

である。

数学（一般　前期）

解答上の注意

1. 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2. 問題の文中の $\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0～9）が入ります。$\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }$，$\boxed{\ 3\ }$，……の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の 1，2，3，……で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\ 1\ }\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ に 720 と答えたいとき

1	−	0	1	2	3	4	5	6	**7**	8	9
2	−	0	1	**2**	3	4	5	6	7	8	9
3	−	**0**	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{\ 1\ }$，$\boxed{\ 2\ }\boxed{\ 3\ }$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\ \mathit{1}\ }$，$\boxed{\ \mathit{2}\ }\boxed{\ \mathit{3}\ }$ のように斜体で表記します。

3. 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。例えば，

$\dfrac{\boxed{\ 4\ }\boxed{\ 5\ }}{\boxed{\ 6\ }}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。例えば，

$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

5. 比で解答する場合，最も簡単な整数比で答えなさい。例えば，2 : 1 を 4 : 2 のように答えてはいけません。