大 阪 大 谷 大 学

平成 31 年度　入学試験問題（一般　前期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で 5 ページです。解答用紙は 1 枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(8)の問いに答えよ。

(1) m を負の整数とする。2次関数 $y=x^2+mx+m+3$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 $m=$ $\boxed{1}\boxed{2}$ である。

(2) BANANA の6文字を横1列に並べるとき，並べ方の総数は $\boxed{3}\boxed{4}$ 通りで，B，N，N がこの順に並ぶ並べ方の数は $\boxed{5}\boxed{6}$ 通りある。

(3) 1から 40 までの 40 枚の番号札から1枚引くとき，その番号が2の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ で，3の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{9}\boxed{10}}{\boxed{11}\boxed{12}}$ である。また，その番号が2の倍数でも3の倍数でもない確率は $\dfrac{\boxed{13}\boxed{14}}{\boxed{15}\boxed{16}}$ である。

(4) a ，b は定数で， $a>0$ ，$b>0$ とする。2次関数 $y=-2x^2+ax+b$ について，最大値が6で，そのグラフが点（2，4）を通るとき，$a=$ $\boxed{17}$ ，$b=$ $\boxed{18}$ である。

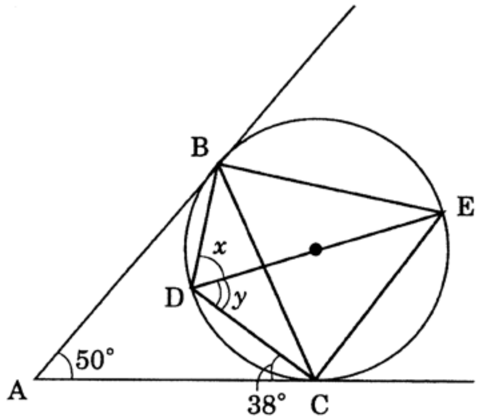
(5) a，b は実数とする。次の $\boxed{}$ に適するものを，下の⓪〜③から選びなさい。

(i) 「$ab>0$」であることは「$a>0$ かつ $b>0$」であるための $\boxed{19}$ 。

(ii) 「$ab \leqq 0$」であることは「$a \leqq 0$ または $b \leqq 0$」であるための $\boxed{20}$ 。

⓪ 必要条件であるが十分条件ではない
① 十分条件であるが必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(6)　右の図において，直線 AB，AC は円の接線で，点 B，C は接点である。また，線分 DE は円の直径である。∠BDE=∠x，∠CDE=∠y としたとき，∠x = 21 22 °，∠y = 23 24 °である。



(7)　2 進法で表される $10101_{(2)}$ を 10 進法で表すと 25 26 である。

(8)　鈍角三角形 ABC において，AC=1，AB=$\sqrt{3}$，∠B = 30° のとき，

∠C = 27 28 29 °で，鈍角三角形 ABC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{30}}}{\boxed{31}}$ である。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x}{x^2-9}+\dfrac{3}{9-x^2}$ を計算すると $\dfrac{\boxed{32}}{x+\boxed{33}}$ である。

(2) a ，b は実数の定数とする。3 次方程式 $x^3-ax^2-bx-35=0$ が $-2+\sqrt{3}i$ を解にもつとき，

$a=\boxed{34}$ ，$b=\boxed{35}\boxed{36}$ である。また，実数の解は $\boxed{37}$ である。

(3) 方程式 $\left(\log_2 x\right)^2-2\log_2\sqrt{x}-2=0$ の解は，$x=\dfrac{\boxed{38}}{\boxed{39}}$，$\boxed{40}$ である。

また，$2^{2x}+2^x-2=0$ の解は $x=\boxed{41}$ である。

(4) $0\leqq\theta<2\pi$ とする。$2\sin^2\theta-\cos^2\theta$ を $\cos 2\theta$ の式で表すと，

$$2\sin^2\theta-\cos^2\theta=\frac{\boxed{42}}{\boxed{43}}-\frac{\boxed{44}}{\boxed{43}}\cos\ 2\theta$$

である。

したがって，$2\sin^2\theta-\cos^2\theta=\dfrac{3+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ の解のうち最大のものは，

$\theta=\dfrac{\boxed{45}\boxed{46}}{\boxed{47}}\pi$ である。

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=-x^3-3x^2+4$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(1)=0$ より，$f(x)=-\left(x+\boxed{48}\right)^2\left(x-\boxed{49}\right)$ と変形できる。

(2) $f'(x)=-\boxed{50}x^2-\boxed{51}x$ となり，$f(x)$ は $x=\boxed{52}$ で極大値 $\boxed{53}$，

$x=\boxed{54}\boxed{55}$ で極小値 $\boxed{56}$ をとる。

(3) 点 $\mathrm{P}(0,5)$ から関数 $y=f(x)$ のグラフに何本の接線が引けるかを考える。

関数 $y=f(x)$ のグラフ上の点 $(a,\ f(a))$ における接線の方程式は

$$y=-\left(\boxed{57}a^2+\boxed{58}a\right)x+\boxed{59}a^3+\boxed{60}a^2+\boxed{61}$$

となる。これが点 P を通るとき

$$\boxed{62}a^3+\boxed{63}a^2-1=0$$

が成り立つ。

したがって，点 P から関数 $y=f(x)$ のグラフに $\boxed{64}$ 本の接線が引ける。

4　OA=4，OB=$2\sqrt{3}$ である△OAB において，線分 OA を 3：1 に内分する点を C，線分 OB の中点を D，線分 BC と線分 AD の交点を P とする。

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{OC}=\dfrac{\boxed{65}}{\boxed{66}}\vec{a}$，$\overrightarrow{OD}=\dfrac{\boxed{67}}{\boxed{68}}\vec{b}$ である。

(2)　BP：PC $= s:(1-s)$ とすると

$$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{69}}{\boxed{70}}s\vec{a}+(1-s)\vec{b}\ \text{……①}$$

と表される。同様に，AP：PD $= t:(1-t)$ とすると

$$\overrightarrow{OP}=(1-t)\vec{a}+\frac{\boxed{71}}{\boxed{72}}t\vec{b}\ \text{……②}$$

と表される。

$\vec{a}$，$\vec{b}$ は平行でなく，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ であるから，①，②より

$$s=\frac{\boxed{73}}{\boxed{74}},\quad t=\frac{\boxed{75}}{\boxed{76}}$$

よって

$$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{77}}{\boxed{78}}\vec{a}+\frac{\boxed{79}}{\boxed{80}}\vec{b}\ \text{である。}$$

(3)　$\vec{a}\cdot\vec{b}=12$ のとき，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=\boxed{81}$，$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{\boxed{82}}$ であり，

△OAB の面積は $\boxed{83}\sqrt{\boxed{84}}$ である。