大 阪 大 谷 大 学

平成 30 年度　入学試験問題（一般　中期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で 5 ページです。解答用紙は 1 枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)〜(7)の問いに答えよ。

(1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ の分母を有理化すると $x=\sqrt{\boxed{1}}+\boxed{2}$ であり，

$x^2-4x=\boxed{3}$， $x^3-4x^2-2x+3=\boxed{4}\sqrt{\boxed{5}}+\boxed{6}$ である。

(2) a を実数の定数とする。x の 2 次方程式 $x^2-2x+4a=0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき $a<\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ であり，このときの解は $x=\boxed{9}\pm\sqrt{\boxed{10}-\boxed{11}a}$ である。

(3) 実数 x，y が $x+3y=6$，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ を満たすとき，yのとり得る値の範囲は $\boxed{12}\leqq y\leqq\boxed{13}$ である。このとき，$x+y^2+2y$ は最大値 $\boxed{14}$ をとる。

(4) AD // BC の台形 ABCD において，AB = 8，BC = 12，CD = DA = 7 とする。点 A を通り，辺 DC と平行な直線と，辺 BC の交点を E とすると，AE = $\boxed{15}$，∠ABC = $\boxed{16}\boxed{17}^\circ$ であり，台形 ABCD の面積は $\boxed{18}\boxed{19}\sqrt{\boxed{20}}$ である。

(5) a，bを整数とする。

「$a=0$ かつ $b=0$ は，$ab=0$ であるための $\boxed{21}$ 。」

また，命題「aが素数 かつ bが奇数ならば，abは奇数である」は偽であり，このときの反例は $a=\boxed{22}$，bは任意の奇数である。ただし，$\boxed{21}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要条件であるが十分条件ではない

① 十分条件であるが必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

(6)　赤玉 2 個，白玉 3 個の入った袋から玉を 1 個取り出し，色を確かめてから袋に戻す操作を 3 回行う。異なる色の玉が交互に出る確率は $\dfrac{\boxed{23}}{\boxed{24}\boxed{25}}$，赤玉が 2 回以上出る確率は $\dfrac{\boxed{26}\boxed{27}}{\boxed{28}\boxed{29}\boxed{30}}$ である。

(7)　自然数 n と 112 の最小公倍数は 3024 である。3024 を素因数分解すると

$\boxed{31}^{\boxed{32}} \times \boxed{33}^{\boxed{34}} \times \boxed{35}$ であるから，適する自然数 n は全部で

$\boxed{36}\boxed{37}$ 個ある。ただし，$\boxed{31} < \boxed{33}$ とする。

2　次の(1)～(4)の問いに答えよ。

(1)　円 C : $x^2+y^2-6x-4y=0$ と x 軸の交点のうち，原点Oと異なる点をPとする。円 C の中心Qの座標は $\left(\boxed{38}, \boxed{39}\right)$，点Pから直線OQまでの距離は $\dfrac{\boxed{40}\boxed{41}}{\sqrt{\boxed{42}\boxed{43}}}$ である。

(2)　$\log_2 3=a$，$\log_3 5=b$ のとき，$\log_3 2=\dfrac{\boxed{44}}{a}$ であるから，$\log_{40} 75=\dfrac{\boxed{45}ab+a}{ab+\boxed{46}}$ である。

(3)　a を実数の定数とする。3 次方程式 $x^3+(2-a)x^2+(9-2a)x+18=0$ は a の値に関わらず，$x=\boxed{47}\boxed{48}$ を解にもつ。

この 3 次方程式が 2 重解をもつとき，$a=\dfrac{\boxed{49}\boxed{50}\boxed{51}}{\boxed{52}}$，$\boxed{53}\boxed{54}$，$\boxed{55}$

であり，$a=\dfrac{\boxed{49}\boxed{50}\boxed{51}}{\boxed{52}}$ であるときの，2 重解でない解は $x=\dfrac{\boxed{56}\boxed{57}}{\boxed{58}}$ である。

(4)　$-2\sin x+2\sqrt{3}\cos x=\boxed{59}\sin\left(x+\dfrac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi\right)$

ただし，$\boxed{59}>0$，$0<\dfrac{\boxed{60}}{\boxed{61}}\pi<2\pi$ である。

$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，$-2\sin x+2\sqrt{3}\cos x$ は　最大値 $\boxed{62}\sqrt{\boxed{63}}$，

最小値 $\boxed{64}\boxed{65}$ をとる。

$\boxed{3}$ 放物線 $y=\frac{2}{3}x^2$ を K，円 $x^2+y^2=1$ を C，円 $x^2+y^2=1$ の $y \geqq 0$ を満たす部分を C' とする。次の問いに答えよ。

(1) 放物線 K 上に点 P $\left(\alpha,\ \frac{2}{3}\alpha^2\right)$ があり，点 P における K の接線を ℓ とする。

直線 ℓ の方程式は $y=\frac{\boxed{66}}{\boxed{67}}\alpha x-\frac{\boxed{68}}{\boxed{69}}\alpha^2$ であり，直線 ℓ が円 C にも接するとき

$\alpha=\pm\frac{\boxed{70}\sqrt{\boxed{71}}}{\boxed{72}}$ である。

(2) 放物線 K と C' の交点を A，B，原点を O とする。点 A の x 座標を正とするとき，点 A の座標は $\left(\frac{\sqrt{\boxed{73}}}{\boxed{74}},\ \frac{\boxed{75}}{\boxed{76}}\right)$，$\angle\mathrm{AOB}=\frac{\boxed{77}}{\boxed{78}}\pi$ であるから，線分 OA，OB と C' の弧 AB で囲まれた扇形 AOB の面積は $\frac{\boxed{79}}{\boxed{80}}\pi$ である。

また，放物線 K と C' で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{79}}{\boxed{80}}\pi+\frac{\sqrt{\boxed{81}}}{\boxed{82}\boxed{83}}$ である。

$\boxed{4}$ $a_1 = 28$, $a_2 = 16$ である等差数列を$\{a_n\}$, $b_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ (n=1, 2, 3, ……) で定められる数列を$\{b_n\}$とする。次の問いに答えよ。

(1) $a_n = \boxed{84}\boxed{85}\boxed{86}\,n + \boxed{87}\boxed{88}$, $a_3 = \boxed{89}$ であるから,

$a_1 + a_3 = \boxed{90}\,a_2$ が成り立つ。

(2) 4 つの数 x, b_1, y, b_2 が, この順に等差数列となるとき, $x = \boxed{91}\boxed{92}$,

$y = \boxed{93}\boxed{94}$ である。

(3) 数列$\{b_n\}$の初項から第n項までの和をS_nとすると $b_n + S_{n+4} \leqq 33$ を満たす最小の自然数nは $\boxed{95}$ である。