大 阪 大 谷 大 学

平成30年度　入学試験問題（一般　前期）

数　学

注意事項

1. 問題は全部で5ページです。解答用紙は1枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は⓪から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

$\boxed{1}$ 次の(1)～(7)の問いに答えよ。

(1) $x=5+\sqrt{10}$，$y=5-\sqrt{10}$ のとき，$xy=\boxed{1}\boxed{2}$，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$ である。

(2) a は 0 でない実数の定数とする。2 次関数 $f(x)=ax^2+4x+10$ がある。$y=f(x)$ のグラフの頂点の x 座標が 1 であるとき $a=\boxed{5}\boxed{6}$ であり，このとき，2 次不等式 $f(x)>0$ の解は $p=\boxed{7}-\sqrt{\boxed{8}}$，$q=\boxed{7}+\sqrt{\boxed{8}}$ を用いて $\boxed{9}$ と表すことができる。ただし，$\boxed{9}$ に当てはまるものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪ $x<p$，$x<q$　① $p<x$，$q<x$　② $x<p$，$q<x$　③ $p<x<q$

(3) 0 でない実数 a，b に関する命題 P「$ab<0$ ならば $a>0$ または $b>0$」について，下の $\boxed{10}$ ～ $\boxed{14}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑨ のうちから一つずつ選べ。

⓪ $ab>0$　① $ab<0$　② $a>0$ かつ $b>0$　③ $a>0$ または $b>0$

④ $a<0$ かつ $b<0$　⑤ $a<0$ または $b<0$

⑥ 必要条件であるが十分条件ではない

⑦ 十分条件であるが必要条件ではない

⑧ 必要十分条件である

⑨ 必要条件でも十分条件でもない

(i) 命題 P の逆は「$\boxed{10}$ ならば $\boxed{11}$」であり，対偶は「$\boxed{12}$ ならば $\boxed{13}$」である。

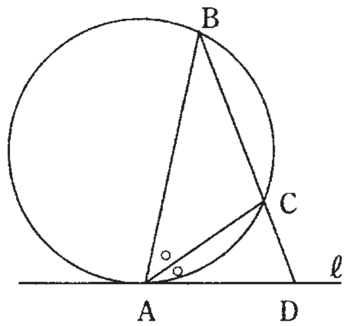
(ii) 「$ab<0$」であることは「$a>0$ または $b>0$」であるための $\boxed{14}$。

(4) 面積が $3\sqrt{7}$ で ∠A が鋭角の△ABC において，AB = 6，AC = 4 である。このとき，$\sin A=\dfrac{\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{16}}$，BC = $\boxed{17}$ であり，∠C は $\boxed{18}$ である。ただし，$\boxed{18}$ に当てはまるものを，次の ⓪～② のうちから一つ選べ。

⓪ 鋭角　① 直角　② 鈍角

(5)　１～７の数字が記された７枚のカードから同時に２枚のカードを取り出し，その２枚のカードに書かれた数の積を X とする。このとき，X が偶数である確率は $\dfrac{\boxed{19}}{\boxed{20}}$ であり，X が偶数であるとき，X が４の倍数である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}$ である。

(6)　図のように，円上の点Ａにおける接線を ℓ，円の弦ABと ℓ のなす鋭角の二等分線と円のＡ以外の交点をＣ，さらに直線BCと接線 ℓ との交点をＤとする。



(i)　$\angle \mathrm{ADB} = 63^\circ$ のとき，$\angle \mathrm{BAD} = \boxed{24}\boxed{25}^\circ$ である。

(ii)　AB＝８，AD＝６のとき，$\mathrm{BD} = \boxed{26}\sqrt{\boxed{27}\boxed{28}}$ である。

(7)　m，n を整数とする。$mn + 2m - 5n - 16 = 0$ ……① のとき，

$(m - \boxed{29})(n + \boxed{30}) = \boxed{31}$ であるから，①を満たす整数 m，n の組は $\boxed{32}$ 組あり，そのうち，m，n がともに自然数である組は $\boxed{33}$ 組ある。

$\boxed{2}$ 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1)　３次方程式 $x^3 = 27$ の２つの虚数解を α，β とすると

$\alpha + \beta = \boxed{34}\boxed{35}$ ，$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{36}\boxed{37}$ である。

(2)　２点 A(1， 5)，B(−3， 7) を直径の両端とする円の方程式は

$\left(x + \boxed{38}\right)^2 + \left(y - \boxed{39}\right)^2 = \boxed{40}$ であり，点 B におけるこの円の接線の方程式は

$y = \boxed{41}\,x + \boxed{42}\boxed{43}$ である。

(3)　$\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ とする。$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ であるとき，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{44}\boxed{45}}{\sqrt{5}}$ であり，さらに，

$\sin 2\theta = \dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$ ，$\cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\boxed{48} - \sqrt{\boxed{49}}}{2\sqrt{5}}$ である。

(4)　x の方程式 $16^x - 26 \cdot 4^{x+1} + 400 = 0$ ……① を考える。

(i)　$4^x = X$ とおいて，方程式①を X の方程式で表すと，

$X^2 - \boxed{50}\boxed{51}\boxed{52}\,X + 400 = 0$ である。

(ii)　方程式①の大きい方の解は $x = \log_2 \boxed{53}\boxed{54}$ である。

3　a を正の定数とする。関数 $f(x)=x(x-a)^2$ について，次の問いに答えよ。

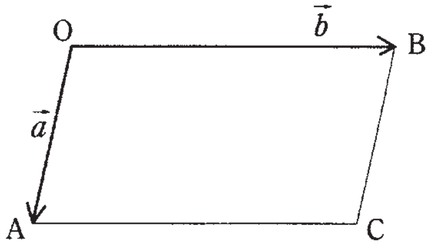
(1) 導関数は $f'(x)=\boxed{55}x^2-\boxed{56}ax+a^2$ である。また，$f(x)$ の極大値は $\dfrac{\boxed{57}}{\boxed{58}\boxed{59}}a^3$，極小値は $\boxed{60}$ である。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最大値を M とする。

(i) $M=\dfrac{\boxed{57}}{\boxed{58}\boxed{59}}a^3$ であるとき，a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{61}}{\boxed{62}} \leqq a \leqq \boxed{63}$ である。

(ii) $M=\dfrac{1}{2}$ であるとき，$a=\dfrac{\boxed{64}-\sqrt{\boxed{65}}}{\boxed{66}}$，$\dfrac{\boxed{67}}{\boxed{68}}$ である。

4 図のような OA=3 , OB=5 , AB=$2\sqrt{11}$ である平行四辺形 OACB において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。



(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積の値は $\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{69}\boxed{70}$ であり，平行四辺形 OACB の面積は $\boxed{71}\boxed{72}\sqrt{\boxed{73}}$ である。

(2) $0<t<1$ とする。辺 OB 上に点 P を $\mathrm{OP}:\mathrm{PB}=t:(1-t)$ となるようにとり，辺 AC 上に点 Q を $\mathrm{AQ}:\mathrm{QC}=(1-t):t$ となるようにとる。

(i) 線分 PQ と対角線 AB の交点を R とすると $\overrightarrow{OR}=\dfrac{\boxed{74}}{\boxed{75}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{76}}{\boxed{77}}\vec{b}$ である。

(ii) 線分 PQ と対角線 AB が直交するときの t の値を t_1，線分 PQ と対角線 OC が直交するときの t の値を t_2 とすると，$t_1=\dfrac{\boxed{78}}{\boxed{79}\boxed{80}}$ である。さらに，t が $t_1 \leqq t \leqq t_2$ の範囲で変化するとき，線分 PQ の通過する部分の面積は $\dfrac{\boxed{81}\sqrt{\boxed{82}}}{\boxed{83}}$ である。