

# 大阪大谷大学

## 平成 29 年度 入学試験問題（一般 中期）

### 数 学

#### 注意事項

1. 問題は全部で 5 ページです。解答用紙は 1 枚です。
2. 解答用紙の所定欄に氏名を記入してください。
3. マーク欄はすべて、正しく黒鉛筆またはシャープペンシルでマークしてください。
4. 解答用紙の所定欄に受験番号を記入し、その下のマーク欄に正しくマークしてください。受験番号のマーク欄は①から始まっています。
5. 解答用紙の所定欄に入試区分を正しくマークしてください。
6. 裏表紙の「解答上の注意」に従って、解答用紙の解答記入欄に正しくマークしてください。
7. 問題は持ち帰ってください。

#### 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、試験開始の合図があるまでは、表紙および裏表紙以外は見えてはいけません。

1 次の(1)~(7)の問いに答えよ。

(1)  $x$  の 2 次方程式  $x^2 - 2ax = 4x - 9$  について考える。

(i) 解の 1 つが  $x = -1$  であるとき、 $a = \boxed{1} \boxed{2}$  である。

(ii) 実数解をもたないとき、 $a$  の値の範囲は  $\boxed{3} \boxed{4} < a < \boxed{5}$  である。

(2) 放物線  $C : y = x^2 + 6x + 5$  がある。 $C$  の頂点の座標は  $(\boxed{6} \boxed{7}, \boxed{8} \boxed{9})$  である。 $C$  を原点に関して対称移動したグラフは、 $C$  を  $x$  軸に関して対称移動し、さらに  $x$  軸方向に  $\boxed{10}$  だけ平行移動したグラフに重なる。

(3)  $\triangle ABC$  において、 $\angle A = 60^\circ$ 、 $AB = 6$ 、 $AC = 3$  とする。

$\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{11} \sqrt{\boxed{12}}}{\boxed{13}}$  であり、 $\angle A$  の二等分線が辺  $BC$  と交わる点を

$D$  とすると、 $AD = \boxed{14} \sqrt{\boxed{15}}$  である。

(4)  $x$  を実数とする。命題「 $-2 < x < 3$  ならば、 $x^2 + 2x - 8 < 0$  である」は  $\boxed{16}$  であり、命題「 $-2 < x < 3$  ならば、 $x^2 - a^2 < 0$  である」が真となるような正の数  $a$  の値の範囲は  $a \geq \boxed{17}$  である。

$\boxed{16}$  には、下の①、②のうち、適するものを選べ。

- ① 真
- ② 偽

(5) 男子4人と女子2人が横1列に並ぶとき、並び方は全部で 

18	19	20
----	----	----

 通りあり、そのうち女子2人が隣り合わない並び方は全部で 

21	22	23
----	----	----

 通りある。

(6) 赤玉3個、白玉4個の入った袋から2個の玉を同時に取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率は 

24
25

 である。2個の玉が同じ色であったとき、その2個が赤玉である条件付き確率は 

26
27

 である。

(7) 365を292で割ると余りは 

28	29
----	----

 となり、292を 

28	29
----	----

 で割ると余りは 

30
----

 となる。したがって、365と292の最大公約数は 

31	32
----	----

 であり、最小公倍数は 

33	34	35	36
----	----	----	----

 である。

2 次の(1)~(4)の問いに答えよ。

(1)  $\alpha = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$  を解にもつ実数係数の2次方程式のうち、 $x^2$ の係数が1であるものは  $x^2 - x + \boxed{37} = 0$  である。

また、 $\alpha^3 = \boxed{38} \boxed{39}$  ,  $\alpha^4 - \alpha^3 + \alpha^2 = \boxed{40}$  である。

(2)  $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$  のとき、 $\cos x$ の値の範囲は  $-\frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \leq \cos x \leq \boxed{43}$  であるから、

$\cos 2x + \cos x$  の最小値は  $-\frac{\boxed{44}}{\boxed{45}}$  である。

(3) 2点A(2, 5), B(6, 1)がある。線分ABの中点の座標は  $(\boxed{46}, \boxed{47})$ 、直線ABの傾きは  $\boxed{48} \boxed{49}$  であり、線分ABの垂直二等分線を $l$ とすれば $l$ の方程式は  $y = x - \boxed{50}$  である。次に、Oを原点とし、直線 $l$ 上の点Pで、 $OP + AP$ を最小にする

点Pの座標は  $(\frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}, \frac{\boxed{53}}{\boxed{54}})$  である。

(4) (i)  $(\frac{1}{2^2})^6 = \boxed{55}$  ,  $(\frac{1}{3^3})^6 = \boxed{56}$  である。

(ii)  $2^{\frac{1}{2}}$  と  $3^{\frac{1}{3}}$  と  $5^{\frac{1}{5}}$  のうち、最も小さい数は  $\boxed{57} \frac{1}{\boxed{57}}$  である。

3 放物線  $C: y=x^2$  上に点  $A(a, a^2)$  ( $a>0$ ) があり、点  $A$  における  $C$  の接線を  $l$  とする。

(1)  $a=3$  のとき、接線  $l$  の方程式は  $y=\boxed{58}x-\boxed{59}$  であり、このとき放物線  $C$  と接線  $l$ 、および  $y$  軸で囲まれた部分の面積は  $\boxed{60}$  である。

(2) 点  $A$  を通り、 $l$  と垂直に交わる直線を  $m$  とする。直線  $m$  の傾きは  $-\frac{1}{\boxed{61}a}$  であり、

直線  $m$  の方程式は  $y=-\frac{1}{\boxed{61}a}x+a^2+\frac{\boxed{62}}{\boxed{63}}$  である。

放物線  $C$  と直線  $m$  の交点のうち、 $A$  と異なる点の  $x$  座標は  $-a-\frac{1}{\boxed{64}a}$  であり、

放物線  $C$  と直線  $m$  で囲まれた部分の面積  $S$  は  $S=\frac{1}{\boxed{65}}\left(\boxed{66}a+\frac{1}{\boxed{67}a}\right)^{\boxed{68}}$

である。 $a>0$  であるから、 $S$  は  $a=\frac{\boxed{69}}{\boxed{70}}$  のとき、最小となる。

4 数列 $\{a_n\}$ は、公差 $-3$ 、 $a_7=65$ を満たす等差数列とする。また、数列 $\{b_n\}$ は、 $b_1=3$ 、 $b_{n+1}=3b_n-4$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) で定められる数列とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項は   であり、 $a_n =$    $n +$   である。

(2)  $b_2 =$ ,  $b_3 =$   であり、 $b_n - 2 =$   $^{n-}$  である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち、最大の項の値は   であり、数列 $\{b_n\}$ の項のうち、最小の項の値は  であるので、2つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ に共通する項を小さい順に並べた数列を $\{c_n\}$ とすれば、数列 $\{c_n\}$ の項は全部で  個あり、

$$\sum_{k=1}^{\text{83}} c_k = \text{84} \text{ 85 } \text{86} \text{ である。}$$